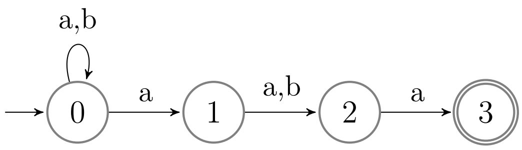
Langages et Applications (LA3)

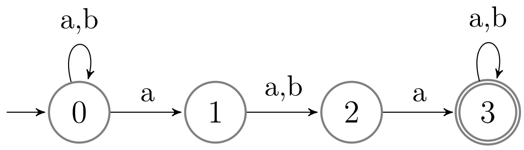
TD3 : Opérations sur les automates

Exercice 1 : Déterminisation

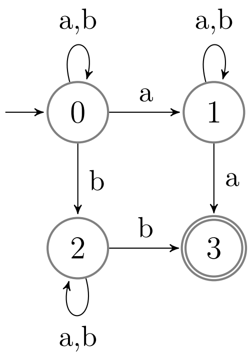
Déterminiser les automates suivants. Dessinez l'automate complet, puis l'automate émondé.



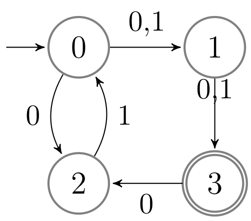
Automate $\mathcal{A}_1$



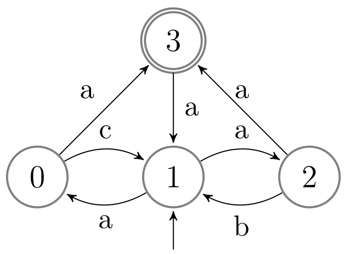
Automate $\mathcal{A}_2$



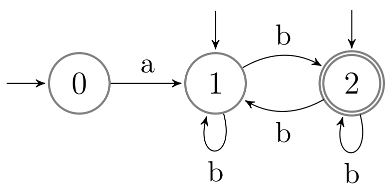
Automate $\mathcal{A}_3$



Automate $\mathcal{A}_4$



Automate $\mathcal{A}_5$



Automate $\mathcal{A}_6$

Exercice 2 : Construire un automate déterministe

Construire un automate déterministe pour chacun des deux langages suivants :

— le langage $\mathcal{L}_1$ formé des mots contenant le facteur aba ;

— le langage $\mathcal{L}_2$ formé des mots terminant soit par le suffixe aa, soit par le suffixe abb.

Exercice 3 : Digicode (a.k.a contruire un automate déterministe 2)

On veut écrire 2 automates déterministes qui reconnaissent l'entrée du “mot de passe” d'un digicode. Il n'y a que des chiffres possibles en entrée. Le code est 11654.

1. Construire un automate qui arrive dans un état final pour toute séquence tapée qui finit par le bon code.
2. Constuire un automate qui lit un code de taille 5, l'accepte si c'est le bon, refuse sinon, et permet ensuite de retenter sa chance.

Exercice 4 : Union, intersection, complémentaire . . .

Soit $\Sigma = \{a, b\}$, et soient deux langages

$$\mathcal{L}_1 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3\}$$
$$\text{et } \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}.$$

En utilisant les constructions vues en cours, construire les automates reconnaissant les langages suivants :

$$\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3 \text{ et } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}$$
$$\mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2 = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \equiv 0 \mod 3 \text{ ou } u \text{ ne contient pas le facteur } a^2\}$$
$$\overline{\mathcal{L}_1 \cap \mathcal{L}_2} = \{u \in \Sigma^* \ : \ |u| \not\equiv 0 \mod 3 \text{ ou } u \text{ contient le facteur } a^2\}$$

Exercice 5 : Concaténation

On considére $L_1 = \{\varepsilon\} \cup \{u \in X^*, \text{la première et la dernière lettre de u sont différentes}\}$ et $L_2 = \{u \in X^*, |u|_a \text{ est un nombre congru à 1 modulo 3}\}$.

1. Donner un automate **non déterministe** reconnaissant L_1.
2. Determiniser cet automate pour obtenir un un automate déterministe reconnaissant L_1
3. Donner un automate **déterministe** reconnaissant L_2.
4. Donner un automate déterministe reconnaissant le langage suivant :

   $L = \{u \in X^*, |u|_a \text{ est congru à 1 modulo 3 et } u \text{ commence et finit par la même lettre } \}$
5. Donner un automate deterministe reconnaissant le langage $L_1.L_2$

Exercice 6 :

Montrer que si un langage $\mathcal{L}$ est reconnaissable, alors le langage formé des prefixes de tous les mots de $\mathcal{L}$ est lui aussi reconnaissable. Est-ce vrai aussi pour les suffixes ? Les facteurs ? Les Sous-Mots ?

Illustrer ceci dans le cas ou $\mathcal{L} = \{maman\}$.